

# Решение

9 класс (60 баллов)

1. Вначале лед, масса которого  $m$ , вытесняет объем воды  $V_1 = \frac{m}{\rho_1}$ , где  $\rho_1$  — начальная плотность воды. (1 балл)

После того, как лед массы  $\frac{m}{2}$  растаял, вытесняется объем воды  $V_2 = \frac{m}{2\rho_2}$ , где  $\rho_2$  — конечная плотность воды. (1 балл)

Объем добавившейся воды  $V' = \frac{m}{2\rho}$ , где  $\rho$  — плотность пресной воды. (1 балл)

Изменение уровня воды в сосуде равно  $\Delta h = \frac{V_2 + V' - V_1}{S} = \frac{m}{S} \left( \frac{1}{2\rho_2} + \frac{1}{2\rho} - \frac{1}{\rho_1} \right)$ . (2 балла)

Конечная плотность воды  $\rho_2$  равна отношению полной массы воды  $\rho_1 V + \frac{m}{2}$  к полному объему  $V + \frac{m}{2\rho}$ . (2 балла)

т.е.  $\rho_2 = \rho_1 \frac{V + \frac{m}{2\rho}}{V + \frac{m}{2\rho}}$ , где  $V = 1\text{ л}$  — начальный объем воды. (2 балла)

Подставляя числовые значения, получим  $\rho_2 = 1,1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$  и  $\Delta h \approx 0,85\text{ см}$ . Таким образом, уровень воды в сосуде повысится (1 балл)

Всего 10 баллов

2.  $Q_0 = cm_1(t_1 - t_0) \Rightarrow m_1 = \frac{Q_0}{c(t_1 - t_0)} = \frac{3,6 \cdot 10^{16} \cdot 4,21}{4,2 \cdot 10^3 \cdot (90 - 20)} = 5,1 \cdot 10^{11} \text{ кг} = 5,1 \cdot 10^8 \text{ т}$ , (2 балла)  
где  $Q_0 = 3,6 \cdot 10^{16} \text{ кал} = 1,5 \cdot 10^{17} \text{ Дж}$  — количество теплоты (энергии), произведенное в нашей стране за год.

Для производства этого же количества энергии необходимо сжечь массу нефти  $m_2$ . С учетом КПД нагревательной установки имеем

$Q_0 = qm_2\eta \Rightarrow m_2 = \frac{Q_0}{q\eta} = \frac{3,6 \cdot 10^{16} \cdot 4,21}{4 \cdot 10^7 \cdot 0,8} = 4,7 \cdot 10^9 \text{ кг} = 4,7 \cdot 10^6 \text{ т}$ . (2 балла)

При разгоне нагретой воды насосы совершают работу по увеличению кинетической энергии воды, следовательно

$A = \frac{m_2 v^2}{2} = \frac{5,1 \cdot 10^{11} \cdot (10)^2}{2} = 2,6 \cdot 10^{13} \text{ Дж}$  (2 балла)

С учетом результата, полученного выше, найдем массу нефти, которую (с учетом КПД) необходимо дополнительно сжечь для обеспечения работы насосных станций

$qm_3\eta = A \Rightarrow m_3 = \frac{A}{q\eta} = \frac{2,6 \cdot 10^{13}}{4 \cdot 10^7 \cdot 0,4} = 1,6 \cdot 10^6 \text{ кг} = 1,6 \cdot 10^3 \text{ т}$ . (2 балла)

Пусть горячая вода массой  $m_1$  проходит к потребителю по трубам (за год  $t = 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с} = 3,15 \cdot 10^7 \text{ с}$ ) со скоростью  $v_x$ , тогда

$m_1 = \rho v_x S t \Rightarrow S = \frac{m_1}{\rho v_x t} = \frac{5,1 \cdot 10^{11}}{1 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} = 1,6 \text{ м}^2$ . (2 балла)

Всего 10 баллов

3. Обозначим цену деления шкалы вольтметра буквой  $C$ . Тогда напряжение на клеммах источника  $U_0 = Cn_0$ , а на вольтметре во втором случае  $U_1 = Cn_1$ . (2 балла)

Резистор  $R_1$  и вольтметр соединены последовательно, значит на резисторе  $R_1$  напряжение  $U_0 - U_1 = C(n_0 - n_1)$ , а сила тока в них одинакова. (2 балла)

Поэтому  $\frac{U_0 - U_1}{R_1} = \frac{U_1}{R_V}$  или  $\frac{n_0 - n_1}{R_1} = \frac{n_1}{R_V}$  (1), где  $R_V$  – сопротивление вольтметра. (3 балла)

Аналогично рассмотрим третий случай, получим уравнение  $\frac{n_0 - n_2}{R_x} = \frac{n_2}{R_V}$  (2). (1 балл)

Разделив уравнение (1) на (2), получим

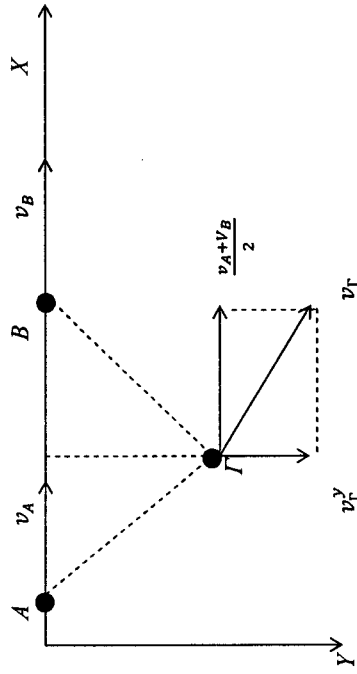
$$\frac{(n_0 - n_1)R_x}{(n_0 - n_2)R_1} = \frac{n_1}{n_2}. \quad (2 \text{ балла})$$

Отсюда сопротивление  $R_x$  равно

$$R_x = \frac{n_1(n_0 - n_2)R_1}{n_2(n_0 - n_1)} = 10 \text{ кОм}. \quad (2 \text{ балла})$$

Всего 12 баллов

4. Автобус, велосипедист и грузовик в каждый момент времени образуют равнобедренный треугольник, основание которого лежит на дороге, по которой едут автобус и велосипедист. (см. рис.) (2 балла)



Направим ось  $X$  вдоль этой дороги в направлении движения автобуса и велосипедиста, а ось  $Y$  – перпендикулярно к ней. Тогда законы движения транспортных средств имеют вид:

$$\text{Для автобуса } x_A(t) = x_A^0 + v_A t, \quad y_A(t) = 0; \quad (1 \text{ балл})$$

$$\text{Для велосипедиста } x_B(t) = x_B^0 + v_B t, \quad y_B(t) = 0; \quad (1 \text{ балл})$$

$$\text{Для грузовика } x_\Gamma(t) = \frac{x_A^0 + x_B^0}{2} + \frac{v_A + v_B}{2} t, \quad y_\Gamma(t) = y_\Gamma^0 + v_\Gamma^Y t; \quad (1 \text{ балл})$$

Здесь верхними индексами «0» снабжены начальные координаты и скорости, буквами  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$  обозначены величины, относящиеся к автобусу, велосипедисту и грузовику соответственно, а  $v_\Gamma^Y$  – проекция скорости грузовика на ось  $Y$ . Заметим, что выражение для  $x_\Gamma(t)$  получается из тех соображений, что грузовик все время находится в вершине равнобедренного треугольника, противоположной его основанию. Из этого, в частности,

следует, что проекция скорости грузовика на ось  $X$  равна  $\frac{v_A + v_B}{2}$ . Из условия задачи нам известен модуль скорости грузовика  $v_\Gamma$ , которая связана со своими компонентами формулой  $v_\Gamma^2 = \left(\frac{v_A + v_B}{2}\right)^2 + (v_\Gamma^Y)^2 \Rightarrow v_\Gamma^Y = \sqrt{v_\Gamma^2 - \left(\frac{v_A + v_B}{2}\right)^2}$ . (3 балла)

Теперь мы знаем обе компоненты скорости грузовика. По теореме Пифагора находим скорость грузовика относительно автобуса:

$$v_{\text{отн}}^2 = \left(v_A - \frac{v_A + v_B}{2}\right)^2 + (v_\Gamma^Y)^2, \quad (3 \text{ балла})$$

откуда с учетом выражения для  $v_\Gamma^Y$  находим

$$v_{\text{отн}} = \sqrt{v_\Gamma^2 - v_A \cdot v_B} = 25 \frac{\text{км}}{\text{ч}}. \quad (3 \text{ балла})$$

Всего 14 баллов

5.  $\tau$  – время разгона,  $H$  – высота, на которой ракета разогналась с ускорением  $a$

$$H = \frac{a\tau^2}{2} \quad (1 \text{ балл})$$

После разгона был участок замедления скорости до нуля

$$h = \frac{v^2}{2g}, \text{ где } v = a\tau - \text{ скорость в конце разгона, она же - начальная для участка замедления.} \quad (1 \text{ балл})$$

Поэтому

$$h = \frac{a^2 \tau^2}{2g} \quad (1 \text{ балл})$$

Вся высота подъема состоит из участка разгона и участка замедления

$$H + h = \frac{a \cdot \tau^2}{2} + \frac{a^2 \tau^2}{2g} \quad (2 \text{ балла})$$

С этой высоты и началось падение. Время можно посчитать по формуле

$$H + h = \frac{g \cdot t^2}{2} \quad (1 \text{ балл})$$

где  $t$  – искомое время падения. Приравнявая, получаем

$$\frac{g \cdot t^2}{2} = \frac{a \cdot \tau^2}{2} + \frac{a^2 \tau^2}{2g}; \quad (2 \text{ балла})$$

$$g \cdot t^2 = a \cdot \tau^2 + \frac{a^2 \tau^2}{g}; \quad (1 \text{ балл})$$

$$t^2 = \tau^2 \left( \frac{a}{g} + \frac{a^2}{g^2} \right) = \frac{\tau^2}{g^2} (ag + a^2) = \frac{a^2 \tau^2}{g^2} \left( \frac{g}{a} + 1 \right); \quad (3 \text{ балла})$$

$$t = \frac{a\tau}{g} \sqrt{\frac{g+a}{a}}. \quad (1 \text{ балл})$$

$$19,6 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 3600 \text{ с} = \sqrt{0,2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 1,1 \cdot \text{м}}$$